

数学 I 期末試験

1. 曲面  $z = x^2 + 3xy$ , 柱面  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$  および平面  $z = 0$  によって囲まれた部分の体積を求めよ. (Fig.1)

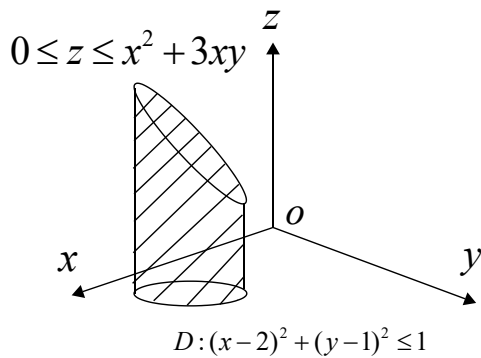


Fig.1

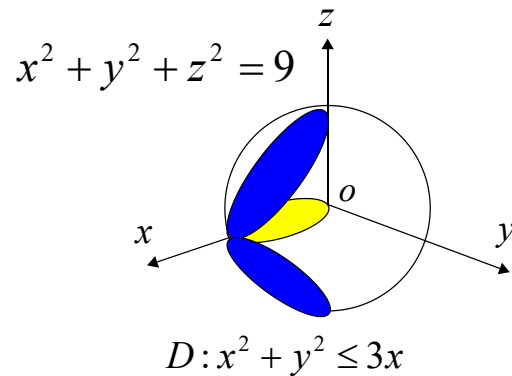


Fig.2

2. 柱面  $x^2 + y^2 = 3x$  によって切りとられる球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  の部分の曲面積を求めよ. (Fig.2)
3.  $x^2 + y^2 = 6x$  ( $2 \leq x \leq 5$ ) を  $x$  軸のまわりに回転するときの曲面積を求めよ.
4. 密度が一様な場合 ( $\rho = k$ ),  $E: x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$  の立体の重心  $G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  を求めよ.
5. 密度が一様な場合 ( $\rho = k$ ),  $E: x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0$  の立体の慣性率  $I_z$  を求めよ.

$$\left( \text{全体のヒント} : \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta d\theta = \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{2}{3} & (n \geq 3 \text{ 奇数}) \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} & (n \geq 2 \text{ 偶数}) \end{cases} \right)$$