

数学 I 期末試験

1. 曲面 $z = 2x^2 + xy$, 柱面 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ および平面 $z = 0$ によって囲まれた部分の体積を求めよ. (Fig.1)

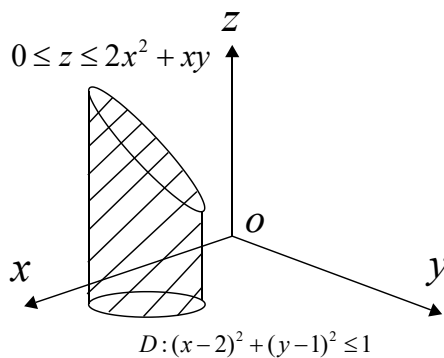


Fig.1

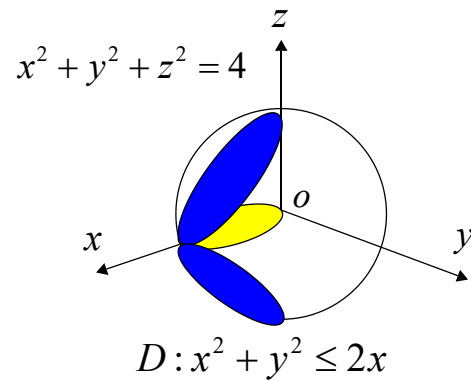


Fig.2

2. 柱面 $x^2 + y^2 = 2x$ によって切りとられる球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ の部分の曲面積を求めよ. (Fig.2)
3. $x^2 + y^2 = 4x$ ($1 \leq x \leq 3$) を x 軸のまわりに回転するときの曲面積を求めよ.
4. 密度が一様な場合 ($\rho = k$), $E: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0$ の立体の重心 $G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ を求めよ.
5. 密度が一様な場合 ($\rho = k$), $E: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ の立体の慣性率 I_z を求めよ.

$$\left(\text{全体のヒント} : \int_0^{\pi/2} \sin^n \theta d\theta = \int_0^{\pi/2} \cos^n \theta d\theta = \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{2}{3} & (n \geq 3 \text{ 奇数}) \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} & (n \geq 2 \text{ 偶数}) \end{cases} \right)$$