

1. つぎの関数の導関数 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ.

$$z = \log(x^4 + y^4) + \sin(x^2 + xy + y^2), \quad x = e^t, \quad y = \log(2 + \sin t)$$

2. つぎの関数の偏導関数 $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ.

$$z = e^{x+y} \sin(x^3 + y^3), \quad x = u + v, \quad y = uv$$

3. つぎの $f(x, y)$ について, $f(x, y) = f(0, 0) + x f_x(\theta x, \theta y) + y f_y(\theta x, \theta y)$,
 $(0 < \theta < 1)$ となる θ を求めよ.

$$f(x, y) = x^4 + x^2 y^2 + y^4$$

4. つぎの関数をマクローリン展開し, 2 次の項まで求めよ.

$$f(x, y) = \log(e^x + e^y - 1)$$

5. つぎの関数を(1,1)のまわりにテーラー展開し, 2 次の項まで求めよ.

$$f(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$$

(ヒント: $f(x, y) = () + ()(x-1) + ()(y-1) + ()(x-1)^2 + ()(x-1)(y-1) + ()(y-1)^2 + \sim$ の形式になる.)

6. つぎの式から, $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$ を求めよ.

$$x^5 + y^5 + 5xy = 0$$

7. x, y, z につぎの関係式が成り立つ場合, y, z を x の関数とみなし, $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$ を求めよ.

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 0, \quad x^3 + y^3 + z^3 + 3(x + y + z) = 0$$

8. (x, y, z) と (u, v, w) の間に, つぎの関係があるとき, ヤコビアン $J = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)}$ を求めよ.

$$x = u + v + w, \quad y = uv + vw + wu, \quad z = uvw$$