数学Ⅰ　レポート　No.8　　　　　　　2017 年度

1.　つぎのかっこの中に適当な数式を入れよ．

(1)

D が xy 平面上の集合ならば，D の面積 S は次式で与えられる．

$$S = \iint_D \ (\ ①\ )$$

(2)

D が xyz 空間の集合ならば，D の体積 V は次式で与えられる．

$$V = \iiint_D \ (\ ②\ )$$

(3)

曲面 $z = f(x, y)$ が xy 平面上の集合 D で定義され $f(x, y) \geq 0$ とする．曲面 $z = f(x, y)$ が集合 D 上につくる体積 V は次式で与えられる．

$$V = \iint_D \ (\ ③\ )$$

(4)

$y = f(x)\ \ (a \leq x \leq b)$ を x 軸のまわりに回転するときの立体の体積は次式で与えられる．

$$V = \int_a^b \ (\ ④\ )$$

2.つぎの体積を求めよ．

(1)

円柱 $x^2 + y^2 = 1$ の xy 平面の上方でかつ平面 $z = 2x$ の下方にある部分.

(2)

双曲放物面 $z = xy$，柱面 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$ および平面 $z = 0$ によって囲まれる部分.

3.つぎの体積を求めよ．

(1)

$y = \sin x + \dfrac{1}{3}\sin 3x\ \ (0 \leq x \leq \pi)$ を x 軸のまわりに回転するときの立体の体積.

(2)

$y = 2x + x^3\ \ (0 \leq x \leq 1)$ を x 軸のまわりに回転するときの立体の体積.

4.つぎのかっこの中に適当な数式を入れよ．

(1)

曲面 $z = f(x,y)$ の D 上の部分の表面積 S は次式で与えられる．

$$S = \iint_D \text{（ ① ）}$$

(2)

$x = r\cos\theta, y = r\sin\theta \ (r \geq 0)$ によって xy 平面上の集合 D が $r\theta$ 平面上の集合 D' に移れば，曲面 $z = f(x,y)$ の上にある部分の表面積は次式で与えられる．

$$S = \iint_{D'} \text{（ ② ）}$$

(3)

xy 平面上の曲線 $y = f(x) \quad (a \leq x \leq b)$ が x 軸のまわりに回転してできる回転面の表面積は次式で与えられる．

$$S = \int_a^b \text{（ ③ ）}$$

5.つぎの曲面積を求めよ．

(1)

曲面 $z^2 = 8x$ が柱面 $y^2 = 2x - x^2$ によって切りとられる部分の曲面積.

(2)

曲面 $x^2 + y^2 = 2z$ の 2 平面 $z = 0, z = 2$ の間にある曲面積.

6.つぎの曲面積を求めよ．

(1)

$y = 2\sqrt{x}\ (0 \leq x \leq 1)$ を x 軸のまわりに回転するときの曲面積

(2)

$x^2 + y^2 = 4x \quad (0 \leq x \leq 3)$ を x 軸のまわりに回転するときの曲面積