

数学Ⅲ 期末試験

1. $z = x + iy$, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ とする. $u(x, y)$ が次式で与えられるとき, $f(z)$ が正則となるような $v(x, y)$ と $f(z)$ を求めよ.
- (1) $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2x$, $f(0) = 0$
 (2) $u(x, y) = e^x(x \cos y + \cos y - y \sin y)$, $f(0) = 1$
- (5 点×2=10 点)
2. つぎの複素積分を求めよ.
- (1) $J = \oint_C \frac{1}{2z^2 + 4z + 5} dz$, $C: |z| = 2$
 (2) $J = \oint_C \frac{1}{z^4 + 3z^2 + 2} dz$, $C: |z - 3i| = 3$
- (5 点×2=10 点)
3. つぎの実定積分を求めよ.
- (1) $J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 6} dx$ (2) $J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 1} dx$
- (10 点×2=20 点)
4. つぎの実定積分を求めよ.
- (1) $S = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^2 + 2x + 7} dx$ (2) $T = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \pi x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$
- (10 点×2=20 点)
5. つぎの実定積分を求めよ.
- (1) $J = \int_0^{2\pi} \frac{1}{3 + \cos \theta} d\theta$ (2) $J = \int_0^{2\pi} \frac{2 + \cos \theta}{3 + 2 \sin \theta} d\theta$
- (10 点×2=20 点)
6. つぎの関数を指定の領域でローラン展開せよ.
- (1) $f(z) = \frac{3z + 2}{z^2 + 7z + 10}$, $D = \{z \mid 3 < |z| < 4\}$
 (2) $f(z) = \frac{3z^2 + z + 2}{(z^2 + 1)(z + 4)}$, $D = \{z \mid 2 < |z| < 3\}$
- (10 点×2=20 点)