

数学Ⅲ 期末試験

1. $z = x + iy$, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ とする. $u(x, y)$ が次式で与えられるとき, $f(z)$ が正則となるような $v(x, y)$ と $f(z)$ を求めよ.

(1) $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + x^2 - y^2$, $f(0) = 0$

(2) $u(x, y) = x + e^x \cos y$, $f(0) = 1$

2. つぎの複素積分を求めよ.

(1) $J = \oint_C \frac{z}{z^2 + 2z + 2} dz$, $C: |z - i| = 2$

(2) $J = \oint_C \frac{1}{z^4 + 6z^2 + 5} dz$, $C: |z| = 2$

3. つぎの実定積分を求めよ.

(1) $J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx$

(2) $J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$

4. つぎの実定積分を求めよ.

(1) $S = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^2 + 2x + 3} dx$

(2) $T = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \pi x}{x^4 + 1} dx$

5. つぎの実定積分を求めよ.

(1) $J = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \cos \theta} d\theta$

(2) $J = \int_0^{2\pi} \frac{4 + \cos \theta}{3 + \sin \theta} d\theta$

6. つぎの関数を指定の領域でローラン展開せよ.

(1) $f(z) = \frac{z+2}{z^2+8z+7}$, $D = \{z \mid 2 < |z| < 5\}$

(2) $f(z) = \frac{z^2+z+2}{(z^2+2)(z+5)}$, $D = \{z \mid 3 < |z| < 4\}$